Homotecia

Puntaje Nacional

1. Definiciones y Conceptos Clave

Homotecia

La homotecia es una transformación geométrica que amplía o reduce una figura respecto a un punto fijo llamado **centro de homotecia**, manteniendo la forma pero cambiando el tamaño de la figura. Cada punto de la figura original se asocia con otro punto en la figura homotética, de modo que todos los puntos correspondientes están alineados con el centro de homotecia.

Elementos de la Homotecia

- **Centro de homotecia (O):** Punto fijo respecto al cual se realiza la transformación.
- **Figura original:** La figura geométrica inicial antes de aplicar la homotecia.
- **Rayos homotéticos:** Líneas rectas que unen el centro de homotecia con cada par de puntos homólogos de las figuras.
- **Razón de homotecia (k):** Constante que determina el factor de escala de la transformación. Puede ser positiva o negativa.
- **Figura homotética:** La imagen de la figura original después de aplicar la homotecia.

2. Propiedades de la Homotecia

Relación entre Perímetros y Áreas

- **Perímetros:** Los perímetros de las figuras homotéticas son proporcionales al factor de escala k.
- **Áreas:** Las áreas de las figuras homotéticas son proporcionales al cuadrado del factor de escala k^2.

Casos de la Razón de Homotecia (k)

- $k > 1$**:** La figura homotética es una ampliación de la figura original.
- $0 < k < 1$**:** La figura homotética es una reducción de la figura original.

- $k = -1$**:** La figura homotética es una simetría central de la figura original.
- $k < 0$**:** La figura homotética es una inversión y ampliación o reducción de la figura original.

3. Homotecia en el Plano Cartesiano

Centro en el Origen

Si el centro de homotecia es el origen $(0, 0)$, la transformación de un punto $P(x, y)$ se define como:

$$P'(x', y') = (k \cdot x,\ k \cdot y)$$

Centro Fuera del Origen

Si el centro de homotecia es un punto $O(x_0, y_0)$, la transformación de un punto $P(x, y)$ se define como:

$$P'(x', y') = (k(x - x_0) + x_0,\ k(y - y_0) + y_0)$$

4. Propiedades Adicionales

Alineación de Puntos

En una homotecia, cualquier punto P, el centro de homotecia O, y su punto homotético P' son colineales.

Paralelismo de Segmentos

Los segmentos correspondientes en las figuras original y homotética son paralelos entre sí.