Logaritmos

Puntaje Nacional

1. Concepto de Logaritmo

El logaritmo de un número x respecto a una base b es el exponente y al que debe ser elevada la base b para obtener x. Esto se expresa como:

$$\log_b(x) = y \quad \text{si y sólo si} \quad b^y = x$$

Con b positivo distinto de uno, x un número positivo e y un número real.

2. Propiedades Básicas de los Logaritmos

Propiedad del Logaritmo de Uno

Para cualquier base b positiva y distinta de uno, el logaritmo de 1 es 0:

$$\log_b(1) = 0$$

Con b positivo distinto de uno

Propiedad del Logaritmo de la Base

El logaritmo de la base b es siempre 1:

$$\log_b(b) = 1$$

Con b positivo distinto de uno.

Propiedad del Logaritmo de la Potencia de la Base

El logaritmo de una potencia de la base b es igual al exponente:

$$\log_b(b^n) = n$$

Con b positivo distinto de uno y n un número racional.

3. Propiedades Operativas de los Logaritmos

Propiedad del Producto

El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

Con b positivo distinto de uno, x e y números positivos.

Propiedad del Cociente

El logaritmo de un cociente es la diferencia de los logaritmos del dividendo y del divisor:

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

Con b positivo distinto de uno, x e y números positivos.

Propiedad de la Potencia

El logaritmo de una potencia es el exponente multiplicado por el logaritmo de la base de la potencia:

$$\log_b(x^n) = n \log_b(x)$$

Con b positivo distinto de uno, x un número positivo y n un número racional.

Propiedad de la Raíz

El logaritmo de una raíz es el logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz:

$$\log_b(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_b(x)$$

Con b positivo distinto de uno, x un número positivo y n un entero positivo mayor a 1.

Propiedad del Cambio de Base

El logaritmo en base b puede ser expresado en términos de logaritmos en otra base c utilizando la siguiente fórmula de cambio de base:

$$\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)}$$

Con b y c positivos distintos de uno, y x un número positivo.