Sistemas de Ecuaciones Lineales

Puntaje Nacional

1. Definiciones y Conceptos Clave

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones lineales con las mismas variables. La solución de un sistema de ecuaciones es el conjunto de valores que satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones del sistema.

Un sistema de ecuaciones lineales de dos variables generalmente tiene la forma:

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{cases}$$

2. Métodos de Solución

Método de Sustitución

El método de sustitución consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y luego sustituir esta expresión en la otra ecuación. Este proceso se repite hasta encontrar los valores de todas las variables.

Ejemplo:

Considera el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$y = 5 - x$$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$$2x - (5 - x) = 1 \implies 3x - 5 = 1 \implies x = 2$$

Sustituimos x en la ecuación despejada:

$$y = 5 - 2 = 3$$

Solución: $(x, y) = (2, 3)$

Método de Igualación

En el método de igualación, se despeja la misma variable en ambas ecuaciones y se igualan las expresiones obtenidas. Esto reduce el sistema a una única ecuación con una variable, que se puede resolver directamente.

Ejemplo:

Considera el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x = y + 1$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$3(y+1) + 2y = 16 \implies 3y + 3 + 2y = 16 \implies 5y = 13 \implies y = \frac{13}{5}$$

Sustituimos y en la ecuación despejada:

$$x = \frac{13}{5} + 1 = \frac{18}{5}$$

Solución: $(x, y) = \left(\frac{18}{5}, \frac{13}{5}\right)$

Método de Eliminación (o Reducción)

El método de eliminación consiste en sumar o restar las ecuaciones para eliminar una de las variables. Esto se hace multiplicando las ecuaciones por constantes apropiadas para que una de las variables se cancele al sumarlas o restarlas.

Ejemplo:

Considera el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

Multiplicamos la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 12x - 3y = 15 \end{cases}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$14x = 22 \implies x = \frac{11}{7}$$

Sustituimos x en la primera ecuación:

$$2\left(\frac{11}{7}\right) + 3y = 7 \implies \frac{22}{7} + 3y = 7 \implies 3y = 7 - \frac{22}{7} = \frac{27}{7} \implies y = \frac{9}{7}$$

Solución: $(x, y) = \left(\frac{11}{7}, \frac{9}{7}\right)$