Función Cuadrática

Puntaje Nacional

1. Ecuaciones de Segundo Grado

Una ecuación de segundo grado es de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

donde a, b, y c son coeficientes reales y $a \neq 0$. Para resolver esta ecuación, se pueden utilizar varios métodos:

Métodos de Solución

- **Factorización:** Consiste en expresar la ecuación en forma de producto de binomios.
- **Fórmula General:** Utiliza la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{2}$$

- **Completación de Cuadrados:** (aunque no está en el temario, se menciona como método posible).

Discriminante y Soluciones

El discriminante Δ de una ecuación cuadrática se define como:

$$\Delta = b^2 - 4ac \tag{3}$$

Las soluciones de la ecuación dependen del valor de Δ:

- Si $\Delta > 0$, hay dos soluciones reales y distintas.
- Si $\Delta = 0$, hay una única solución real.
- Si $\Delta < 0$, no hay soluciones reales.

Suma y Producto de las Soluciones

Para la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$:

- La suma de las soluciones es $-\frac{b}{a}$.
- El producto de las soluciones es $\frac{c}{a}$.

2. Función Cuadrática

Una función cuadrática es de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{4}$$

donde a, b, y c son coeficientes reales y $a \neq 0$.

Elementos de una Función Cuadrática

- **Intersección con el Eje y:** El punto $(0, c)$.
- **Ceros de la Función:** Las soluciones de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$.
- **Eje de Simetría:** La recta $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- **Vértice:** El punto $\left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right)$.

Forma Canónica

La forma canónica de una función cuadrática es:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k \tag{5}$$

donde (h, k) es el vértice de la parábola.

3. Ejemplos

Ejemplo 1: Factorización

Resolver $x^2 - 5x + 6 = 0$ mediante factorización.

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \implies x = 2 \text{ o } x = 3 \tag{6}$$

Ejemplo 2: Fórmula General

Resolver $2x^2 + 3x - 2 = 0$ usando la fórmula general.

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \implies x = \frac{1}{2} \text{ o } x = -2 \tag{7}$$

Ejemplo 3: Forma Canónica

Encontrar la forma canónica de $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3 \tag{8}$$

Vértice en $(2, -3)$.